

Dr. Dirk Langemann, PetriVision , 1. November 2008

[∞] Wo endet die Unendlichkeit?

Ein Zwerg sitzt in seiner Welt und betrachtet sie, eine Welt, die wir uns heute mit ihren Gesetzen ausdenken. Aber wir wissen nicht, wie ähnlich sie der unsrigen ist. Der Zwerg sieht viel Weißes, und am Horizont sieht er einen Rand. Er fragt sich, ob es den Rand wirklich gebe, ob er ihn erreichen könne und wie weit entfernt er sei.

Er nimmt einen Zirkel, der fast so groß ist wie er selbst. Diesen kann er zwar nur einmal am Tag anlegen, aber er misst ein gehöriges Stück ab. Danach muss der Zwerg ruhen.

Der Zwerg beginnt zu messen. Er kennzeichnet seinen Standpunkt, sticht den Zirkel ein und schlägt ihn um. Gegen Abend des ersten Tages seiner Vermessung seiner Welt zeichnet er einen kleinen Strich auf das Weiße und schreibt eine 1 daneben. Dann ruht er.

Am zweiten Tag sticht er den Zirkel auf dem kleinen Strich neben der 1 ein, schlägt ihn einmal um, bemüht sich die Richtung des ersten Tages einzuhalten, zeichnet einen kleinen Strich und schreibt eine 2 daneben. Dann ruht er. So geht es am dritten und am vierten Tag.

Nach tausend seiner Tage ist er dem Rand anscheinend kein Stück näher gekommen. Warum? Zur Beantwortung dieser Frage nimmt der Zwerg ein Physikstudium auf. Er lernt vieles und findet schließlich heraus, dass er den Zirkel so oft, er kann und will, umschlagen kann; so große Zahlen, er immer schreiben kann, neben den Strichen notieren kann, und doch immer noch ein gewaltiges Stück Weg zwischen sich und dem Rand lassen wird.

Er überlegt weiter, dass nicht nur seine Lebenszeit nicht langt, um auf diese Weise den Rand zu erreichen, sondern dass die Lebenszeit aller Zwerge nicht genügt. Selbst wenn alle Zwerge und ihre Zwergeskinder und Kindeskinde in aller Zeit immerfort Zirkel umschlagen würden und Zahlen auf das Weiße schreiben würden, so würden sie doch den Rand nicht erreichen. Seine Welt ist endlos, der Rand anscheinend eine Illusion.

Der Zwerg sagt, der Rand seiner Welt sei unendlich weit fort, weiter weg als durch irgendeine Zahl beschreibbar. Er geht zu einem Mathematiker, erzählt ihm die Geschichte seiner Neugier und fragt ihn, was das Unendliche sei. Er hört, das Unendliche sei genau das, was er eben erlebt hätte. Aber es müsse doch Mathematik dabei sein, die Mathematiker schrieben die liegenden Acht. Ach nein, hört er, das Unendliche ist kein Begriff, es ist nur der Ausdruck, dass etwas größer wird als jedes Maß.

Ein Mensch beobachtet den Zwerg in seiner Neugier. Er sieht ihn auf einem weißen Teller stehen und Minute für Minute seinen Zirkel umschlagen. Genau genommen, schlägt er den Zirkel in der ersten Hälfte der Minute um und ruht dann aus, um in der nächsten Minute wieder zu beginnen.

Der Mensch beobachtet erstaunt den Zwerg und fragt sich, was er am Rand denn tun wird. Der Mensch legt sein Maßband an den Teller und misst 32cm. Der Zwerg schreibt eine winzige 2 auf den Teller, und nach dem Maßband des Menschen fehlen dem Zwerg noch 8cm bis zum Rand. Als ihm noch 4cm fehlen, schreibt er eine 3, und im Abstand von 2cm zum Rand schreibt er eine 4. Immer wenn der Zwerg eine Zahl geschrieben hat, ruht er aus.

Nun, denkt sich der Mensch, wird der Zwerg gleich ankommen. Aber was geschieht? 1cm vor seinem Ziel schreibt er 5, bei 0.5cm schreibt er 6 und so immer fort. Der Mensch bemerkt, dass der Zwerg immer kleiner wird und auch der Zirkel gleichzeitig mit ihm kleiner. Das Stück, welches er abmisst, wird ebenfalls immer kleiner. So erscheint es dem Menschen, als würde der Zwerg immer langsamer.

Der Mensch nimmt eine Lupe. Minute für Minute schreibt der Zwerg Zahlen, die nächste immer im halben Abstand zum Rand. Der Mensch gibt sein Warten auf, denn der Zwerg wird nie am Rand stehen und sich entscheiden müssen, was er dann tut.

Es ist wie mit einem Käse, vom dem ich in einem fort die Hälfte abschneide. Das Stück wird immer kleiner, aber es verschwindet nicht. Es wird nur zu klein, um es noch erkennen zu können, selbst mit der Lupe. Und so sieht der Mensch durch seine Lupe, dass die Zahlen, der Zwerg und der Zirkel immer kleiner werden wie sein Käsestück, mit dem er als Kind das endlose Teilen ausprobiert hat. Der Zwerg wird also für den Menschen immer langsamer und kommt nie an. Er lebt in einer unendlichen Welt, von der aber er – der große Mensch - weiß, dass sie äußerst endlich ist, genau 32 seiner Zentimeter groß.

Ein Riese beobachtet den Menschen dabei, wie der dem Zwerg zusieht. Der Riese sieht die Welt des Menschen und darin als einen weißen Teller die Welt des Zwergs.

In der Welt des Riesen läuft die Zeit anders. Der erste Tag des Zwerges erscheint dem Riesen als zwei Sekunden. Der zweite Tag des Zwerges ist ihm nur eine Sekunde lang, der dritte gar nur eine halbe und so weiter. Der Riese sieht den Zwerg am zweiten von dessen Tagen 8 menschliche Zentimeter in einer Riesensekunde zurücklegen, am dritten der Tage des Zwerges misst er 4 menschliche Zentimeter in einer halben Sekunde des Riesen. Es ist immer gleich schnell, 8 menschliche Zentimeter in einer Riesensekunde.

Nach spätestens zwei Sekunden kann der Zwerg aus Sicht des Riesen den Rand erreichen. Er lebt in einer langweiligen, sehr endlichen Welt. Was wird er wohl am Rande tun? Fällt er vom Tellerrand, aus seiner Welt heraus?

Aber nein, kurz vor dem Rand studiert der Zwerg Physik und verwickelt sich in Diskussionen mit Mathematikern über die Unendlichkeit. Woher hat er nur den Begriff?